

1. CEVAP A

$$a < -3 \text{ için}$$

$$-a-3=7-5a$$

$$4a=10$$

$$a=5/2, \text{ÇK}=\emptyset$$

$$a > -3 \text{ için}$$

$$a+3=7-5a$$

$$6a=4$$

$$a=2/3$$

$$\left| b - \frac{2}{3} \right| = 6 - 4b$$

$$b > \frac{2}{3} \text{ için}$$

$$b - \frac{2}{3} = 6 - 4b$$

$$5b=20/3$$

$$b=4/3$$

$$b < \frac{2}{3} \text{ için}$$

$$-b + \frac{2}{3} = 6 - 4b$$

$$3b=16/3$$

$$b=16/9, \text{ÇK}=\emptyset$$

$$a + b = \frac{2}{3} + \frac{4}{3} = 2$$

2. CEVAP E

$x^2+1 > 0$ 'dır. Eşitsizliğin tüm reel sayılarda yanlış olabilmesi için, payın 0'dan küçük olması gerekir.

Yani $\Delta \leq 0$ 'dır.

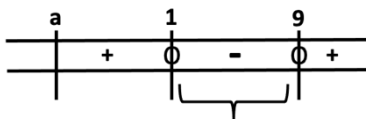
$$-x^2 - (3-a)x - a \leq 0$$

$$\Delta = [-(3-a)]^2 - 4(-1)(-a) \leq 0$$

$$9 + a^2 - 6a - 4a \leq 0$$

$$a^2 - 10a + 9 \leq 0$$

$$a = 9 \text{ ve } a = 1$$



a'nın alabileceği değerler

$$1+2+\dots+9 = 45$$

3. CEVAP B

$$(f \circ g^{-1} \circ f)(2) = f \circ g^{-1}(f(2)) = 0$$

$$f \circ g^{-1}(2^3) = 0$$

$$f \circ g^{-1}(8) = 0$$

$$f(g^{-1}(8)) = 0$$

$$g^{-1}(x) = \frac{x-6}{-2} = \frac{8-6}{-2} = -1$$

2 üst denklemden $g^{-1}(8) = -1$ 'i yerine yazalım.

$$f(g^{-1}(8)) = 0$$

$$f(-1) = 0$$

$$-1 + a = 0$$

$$a = 1$$

4. CEVAP C

$x = 1$ için denklemden yerine yazalım

$$0 = 1 - 4 \cdot 1 + 2 \cdot 1 + m$$

$m = 1$ bulunur

$$\frac{x^3 - 4x^2 + 2x + m}{x - 1} = x^2 - 3x - 1$$

$$P(x) = x^2 - 3x - 1$$

$$P(1) = -3$$

5. CEVAP C

$z = a + bi$ olsun

$$\begin{aligned}
 |-z| &= |z| = \sqrt{a^2 + b^2} \\
 \sqrt{a^2 + b^2} + i(a + bi) - 2 &= 4i \\
 \sqrt{a^2 + b^2} - b + ai &= 2 + 4i \\
 \sqrt{a^2 + b^2} - b &= 2 \\
 \sqrt{a^2 + b^2} &= b + 2 \\
 \sqrt{4^2 + b^2} &= b + 2 \\
 16 + b^2 &= b^2 + 4b + 4
 \end{aligned}$$

$$b = 3 \text{ ve } a = 4$$

$z = a + bi > z = 4 + 3i$

$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$|z| = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$$

6. CEVAP D

$$6 = \log \frac{I_6}{I_0} \Rightarrow 6 = \log I_6 - \log I_0$$

$$3 = \log \frac{I_3}{I_0} \Rightarrow \frac{-1}{3} = \log I_3 - \log I_0$$

$$3 = \log I_6 - \log I_3$$

$$3 = \log \frac{I_6}{I_3} \Rightarrow \frac{I_6}{I_3} = 10^3 = 1000$$

7. CEVAP D

Dönüşüm formülünden ($1 + -1 = 0$)

$$\cos 2\pi + \cos \pi = \cos \frac{\pi}{2}$$

$$\cos 4x + \cos 2x = \cos x$$

$$2 \cos \frac{4x + 2x}{2} + \cos \frac{4x - 2x}{2} = \cos x$$

$$2 \cos 3x \cdot \cos x = \cos x$$

$$2 \cos 3x \cdot \cos x - \cos x = 0$$

$$\cos x (2 \cos 3x - 1) = 0$$

$$I. \quad \cos x = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{2} \quad \checkmark$$

$$II. \quad 2 \cos 3x - 1 = 0 \Rightarrow \cos 3x = \frac{1}{2}$$

$\cos 3x = \frac{1}{2}$ eşitliğini 2 şekilde çözersek;

$$I. \quad 3x = \frac{\pi}{3} + 2\pi k \Rightarrow x = \frac{\pi}{9} + \frac{2\pi k}{3}$$

$$k=0, \quad x = \frac{\pi}{9} \quad \checkmark$$

$$k=1, \quad x = \frac{7\pi}{9} \quad \checkmark$$

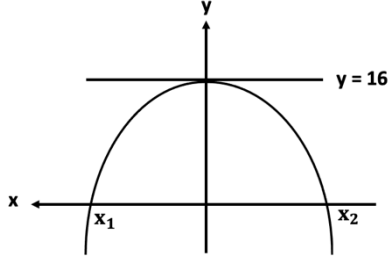
$$k=2, \quad x = \frac{13\pi}{9} \quad \times$$

$$II. \quad 3x = \frac{-\pi}{3} + 2\pi k \Rightarrow x = -\frac{\pi}{9} + \frac{2\pi k}{3}$$

$$k=1, \quad x = \frac{5\pi}{9} \quad \checkmark$$

$$k=2, \quad x = \frac{11\pi}{9} \quad \times$$

8. CEVAP E



$$y' = 2mx = 0 \text{ ve } x = 0 \text{ tepe noktası, } T = (0,16)$$

$$(x_1 - x_2) = 8 \text{ ve } y \text{ simetri eksenini olduğundan,}$$

$$x_1 = -4 \text{ ve } x_2 = 4 \text{ olur.}$$

$$y = a(x - 4)(x + 4) = a(x^2 - 16) = ax^2 - 16a$$

(0,16)'dan geçer. Bu durumda:

$$16 = 0 - 16a \text{ ve } a = -1 \text{ olur.}$$

$$y = -x^2 + 16 \text{ 'dan } m = -1 \text{ ve } n = 8 \text{ bulunur.}$$

9. CEVAP C

$$\lim_{x \rightarrow 6} \frac{2x^3 - 8x^2 - 24x}{mx + n} = 16$$

$$\frac{2 \cdot 6^3 - 8 \cdot 6^2 - 24 \cdot 6}{6m + n} = \frac{0}{6m + n}$$

olması için, $6m + n = 0$ olmalı. Bu durumda, $n = -6m$ olur.

L'Hospital uygulanırsa,

$$\lim_{x \rightarrow 6} \frac{6x^2 - 16x - 24}{m} = 16$$

$$\frac{6 \cdot 6^2 - 16 \cdot 6 - 24}{m} = 16$$

$$m = 6 \text{ ve } n = -6m = -6 \cdot 6 = -36 \text{ yani } m + n = -30$$

10. CEVAP D

$$x - \sqrt{x} = 2 \text{ ise } x = 4 \text{ bulunur.}$$

$$\begin{aligned} (f^{-1})'(2) &= \frac{1}{f'(4)} = \frac{1}{1 - \frac{1}{2\sqrt{x}}} = \frac{1}{1 - \frac{1}{2\sqrt{4}}} \\ &= \frac{4}{3} \end{aligned}$$

11. CEVAP A

$$F(x, y, z) = \sin(x + y) + \sin(y + z) + \sin(x + z)$$

$$z_x = -\frac{F_x}{F_z} = -\frac{\cos(x + y) + \cos(x + z)}{\cos(y + z) + \cos(x + z)} \Rightarrow z_x(\pi, \pi, \pi) = -1$$

$$z_y = -\frac{F_y}{F_z} = -\frac{\cos(x + y) + \cos(y + z)}{\cos(y + z) + \cos(x + z)} \Rightarrow z_y(\pi, \pi, \pi) = -1$$

$$z_x + z_y = -2$$

12. CEVAP B

$f'(x) < 0$ olan aralıklarda fonksiyon azalandır.

$\forall x \in \mathbb{R}$ için $f'(x) \leq 0$ ifadesi verildiği için fonksiyon azalan bir fonksiyon olmak zorundadır.

Diğer taraftan,

$f''(x) > 0$ ise fonksiyon dışbükeydir.

Yani (veya) şeklindedir.

$f''(x) < 0$ ise fonksiyon içbükeydir.

Yani (veya) şeklindedir.

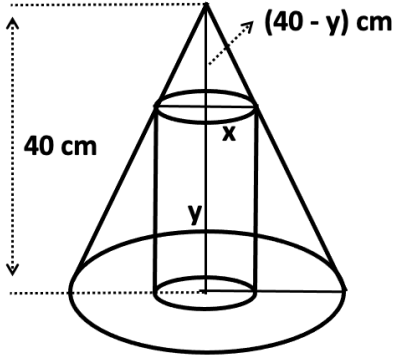
II ve III. öncüllere bakılırsa;

$\forall x \in (-\infty, -3) \cup (-2, 0) \cup (2, 3)$ için $f''(x) > 0$

$\forall x \in (-3, -2) \cup (0, 2) \cup (3, \infty)$ için $f''(x) < 0$

olur. Bu duruma uygun grafik, B'deki grafikdir.

13. CEVAP D



$$\frac{40 - y}{40} = \frac{x}{30}$$

$$y = \frac{120 - 4x}{3}$$

$$S = 2\pi x \cdot y = 2\pi x \left(\frac{120 - 4x}{3} \right) = 80\pi x - \frac{8\pi x^2}{3}$$

$$S' = 80\pi - \frac{16\pi}{3}x = 0$$

$$x = 15$$

14. CEVAP E

$$\tan \frac{x}{2} = t \text{ dönüşümü yapılırsa}$$

$$dx = \frac{2dt}{1+t^2}$$

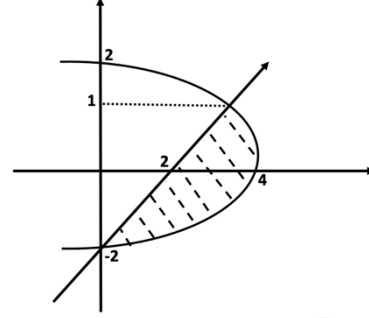
$$x = 0 \text{ için } t = 0 \text{ ve } x = \frac{2\pi}{3} \text{ için } t = \sqrt{3}$$

$$\int_0^{\frac{2\pi}{3}} \frac{dx}{5+4\cos x} = \int_0^{\sqrt{3}} \frac{2dt}{(1+t^2)\left(5+\frac{4-4t^2}{1+t^2}\right)}$$

$$= \int_0^{\sqrt{3}} \frac{2dt}{t^2+9} = \frac{2}{3} \arctan\left(\frac{t}{3}\right) \Big|_0^{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{2}{3} \left(\arctan \frac{\sqrt{3}}{3} - \arctan 0 \right) = \frac{\pi}{9}$$

15. CEVAP B



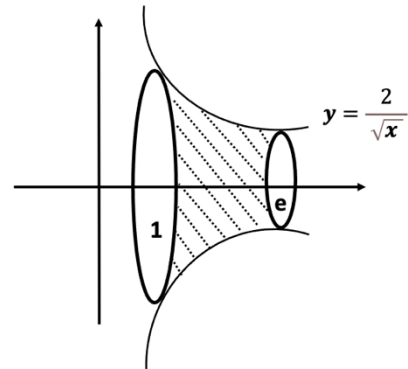
$$4 - y^2 = y + 2 \text{ ve } y = 1$$

$$A = \int_{-2}^1 ((4 - y^2) - (y + 2)) dy$$

$$= \int_{-2}^1 (-y^2 - y + 2) dy$$

$$= \left(\frac{-y^3}{3} - \frac{y^2}{2} + 2y \right) \Big|_{-2}^1 = \left(-\frac{1}{3} - \frac{1}{2} + 2 \right) - \left(\frac{8}{3} - 2 - 4 \right) = \frac{9}{2}$$

16. CEVAP C



$$V = \pi \int_1^e \left(\frac{2}{\sqrt{x}} \right)^2 dx = \pi \int_1^e \frac{4}{x} dx = 4\pi \ln x \Big|_1^e = 4\pi$$

17. CEVAP B

$$\lim \left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right| = \lim \frac{|x|^{(n+1)!}}{(n+1)!} = \frac{n!}{|x|^{n!}}$$

$$\lim \frac{|x|^{n \cdot n!}}{(n+1)!} = \begin{cases} 0, & |x| \leq 1 \\ +\infty, & |x| > 1 \end{cases}$$

olacağından $|x| \leq 1$ için seri yakınsaktır. $R=1$ 'dir. Yakınsaklık aralığı $[-1,1]$ olur.

18. CEVAP B

$$X - Y' = X \cap (Y')' = X \cap Y \text{ dir.}$$

$$s(X - Y') + s(X') = s(E) \text{ ise } s(X \cap Y) + s(X') = s(E)$$

$$s(X) + s(X') = s(E) \text{ dir. } X \cap Y \subset X \text{ olduğu için}$$

$$X \cap Y = X \text{ dir. Buradan } X \subset Y \text{ bulunur.}$$

19. CEVAP D

x , bir asal sayı ise $x=2$ dir veya tek sayıdır.

İki durumda da $x^5 - x$ çifttir. Bu yüzden p önermesi doğrudur. $p \equiv 1$

Pozitif olmayan en büyük tamsayı -1 değil 0 dir. Bu yüzden q önermesi yanlıştır. $q \equiv 0$

$$I. p \wedge q \equiv 1 \wedge 0 \equiv 0$$

$$II. p \vee q' \equiv 1 \vee 0' \equiv 1$$

$$III. (p \Rightarrow q)' \equiv (1 \Rightarrow 0)' \equiv 0' \equiv 1$$

20. CEVAP A

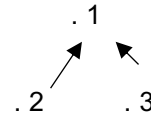
I. $\forall x \in A$ için " x 'in boyu $\geq x$ 'in boyu" olacağından $(x,x) \in \beta$ dir. β , yansıyandır. Bu öncül doğrudur.

II. Seher ve Güzide'nin boy uzunlukları eşit (170 cm) olduğu için $(\text{Seher, Güzide}) \in \beta$ iken $(\text{Güzide, Seher}) \notin \beta$ dir. Dolayısıyla bağıntı ters simetrik değildir. Bu öncül yanlıştır.

III. β bağıntısı, $A = \{\text{Ümranay, Büşra, Seher, Güzide, Şehmuz}\}$ kümesi üzerinde tanımlıdır. Dolayısıyla β bağıntısının elemanları, $(170, 170)$ gibi tamsayı ikilileri değil (Seher, Güzide) gibi ikililer olur. Bu öncül de yanlıştır.

21. CEVAP D

ℓ bağıntısının diyagramı şöyledir:



Yani 1 elemanı, 2'den de 3'ten de büyüktür. 2 ile 3 kıyaslanamaz. Dolayısıyla $B = \{2,3\}$ kümesinin maksimumu veya minimumu yoktur.

B kümesinin üst sınırı yani hem 2'den hem de 3'ten büyük olan eleman sadece 1'dir. Bu yüzden B 'nin üst sınırlarının en küçüğü (yani $\sup B$) 1 dir.

Sonuç olarak I. ve III. öncüller doğrudur.

22. CEVAP E

I. $(6,8)=(6,10)=2$ olmasına rağmen $[6,8]=24$ ve $[6,10]=30$ olduğu için $[6,8] \neq [6,10]$ dir. Bu öncül yanlıştır.

II. her m tamsayısı için $(a,b+m.a)=(a,b)$ dir. Bu öncül doğrudur.

III. $[a_1, a_2, \dots, a_{n-1}, a_n]=[a_1, a_2, \dots, a_{n-1}, a_n]$ eşitliği sağlar. Bu öncül doğrudur.

23. CEVAP E

12'den küçük her p asalı $12!$ sayısını böler. Dolayısıyla bu p asalları, $(12!)+1$ sayısını bölmezler. Çünkü $p \mid (12!)+1$ olsaydı $p \mid 12!$ olduğundan $p \mid 1$ olması gerekirdi ki bu bir çelişkidir. Wilson teoremi gereği

$(p-1)! \equiv -1 \pmod{p}$ yani $p \mid (p-1)!+1$

$13 \mid (12!)+1$ olur. Yani $(12!)+1$ sayısını bölen en küçük asal sayı 13 dir ya da şöyle düşünülebilir:

$$12! = 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$$

$$= 12 \cdot (11 \cdot 6) \cdot (10 \cdot 4) \cdot (9 \cdot 3) \cdot (8 \cdot 5) \cdot (7 \cdot 2) \cdot 1$$

Parantez içindeki sayıların 13 ile bölümünden kalan 1 dir. Dolayısıyla $12!$ sayısının 13 ile bölümünden kalan 12 dir. Buradan $13 \mid 12!+1$ dir.

24. CEVAP A

Bu sistem homojen ise sistemdeki denklemlerin sabit terimleri sıfır olmalıdır.

$a+b=0$ ve $b+c=0$ ve $c-1=0$ dir. $c=1$, $b=-1$, $a=1$ olur.

Sisteminin çözüm uzayının boyutu sıfır ise çözüm kümesi tek elemanlıdır ve sadece $(0,0,0)$ elemanından oluşur. Tek çözüm varsa katsayılar matrisinin determinanı sıfırdan farklıdır. d değeri katsayılar matrisinin determinantını sıfır yapan bir değer olamaz.

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ -1 & 1 & d \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & -3 & 1 \\ 0 & 3 & d+1 \end{vmatrix} = 0$$

$$1 \cdot (-3 \cdot (d+1) - 1 \cdot 3) = 0 \Rightarrow -3d - 3 - 3 = 0 \Rightarrow d = -2 \text{ olamaz}$$

25. CEVAP A

C ters simetrik ise $A = -A^T$ dir. $a_{ij} = -a_{ji}$ dir. Ters simetrik matrislerde köşegen üzerindeki elemanların sıfır olması gerekir.

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -4 & 0 & 1 \\ -3 & -2 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & 0 & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & 0 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 1+b_{12} & 1+b_{13} \\ -4+b_{21} & 0 & 1+b_{23} \\ -3+b_{31} & -2+b_{32} & 0 \end{bmatrix}$$

$$-4 + b_{21} = -1 - b_{12} \Rightarrow b_{21} + b_{12} = 3$$

$$-3 + b_{31} = -1 - b_{13} \Rightarrow b_{31} + b_{13} = 2$$

$$-2 + b_{31} = -1 - b_{23} \Rightarrow b_{31} + b_{23} = 1$$

$$b_{21} + b_{12} + b_{31} + b_{13} + b_{31} + b_{23} + 0 + 0 + 0 = 3 + 2 + 1 = 6$$

26. CEVAP B

Bir (alt) vektör uzayının boyutu, herhangi bir tabanındaki vektör sayısıdır. Taban hem geren hem de lineer bağımsız olan kümedir. Gerenin lineer bağımsız olması gerekmez. Tabandan fazla vektör içerebilir. Dolayısıyla boyutu 2 olan bir uzayda, taban, 3 elemanlı hatta daha fazla elemanlı olabilir. Bu öncül yanlıştır.

II. Lineer bağımlı bir kümeyi kapsayan her küme de lineer bağımlıdır. Dolayısıyla bu öncül doğrudur.

III. A kümesinin alt vektör uzayı olup olmadığı belirtilmemiş. Dolayısıyla A kümesi alt vektör uzayı olmayan normal bir alt küme ise lineer bağımsız 2 vektör içerebilir. Bu öncül yanlıştır.

27. CEVAP D

$T: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ şeklinde tanımlanan lineer dönüşümlerin dönüşüm matrisi, bileşen fonksiyonlarının katsayılarını satır kabul eden matristir. Bu örnekte de bu yüzden bu dönüşümün kuralı, $T(x,y)=(ax+2y,3x+by)$ şeklinde olur. Ya da şöyle de dönüşümün kuralı bulunabilir:

T lineer dönüşümünün dönüşüm matrisi $\begin{bmatrix} a & 2 \\ 3 & b \end{bmatrix}$ ise bu dönüşüm;

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} a & 2 \\ 3 & b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \cdot x + 2 \cdot y \\ 3x + b \cdot y \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow T(x,y)=(ax+2y,3x+by)$$

$$T(1,4)=(9,-1) \text{ ise } (1 \cdot a + 2 \cdot 4, 3 \cdot 1 + 4 \cdot b) = (9, -1) \Rightarrow$$

$$a+8=9 \text{ ve } 3+4 \cdot b=-1 \quad a=1 \text{ ve } b=-1 \Rightarrow$$

Böylece dönüşümün kuralı $T(x,y)=(x+2y,3x-y)$ olur.

$$T(2,2)=(6,4) \text{ bulunur.}$$

28. CEVAP E

Bir matrisinin öz değerlerinin çarpımı matrisin determinantına, toplamı da izine eşittir. Dolayısıyla A matrisinin öz değerleri λ_1 ve λ_2 ise;

$$\lambda_1 \cdot \lambda_2 = \det(A) = 6 \text{ ve } \lambda_1 + \lambda_2 = \text{iz}(A) = 5 \text{ dir. Buradan } \lambda_1 = 2 \text{ ve } \lambda_2 = 3 \text{ bulunur.}$$

Diğer taraftan bir $n \times n$ boyutlu A matrisi ele alındığında, A 'nın tüm kuvvetleri ($A^2, A^3, \text{vb...}$) için öz vektörler sabit kalır. Öz değerler ise A matrisinin kuvveti ile orantılıdır. Örneğin A matrisinin öz değeri λ ise A^2 matrisinin öz değeri λ^2 ; A^3 matrisinin öz değeri de λ^3 dür. Bu yüzden $B=A^2$ matrisinin öz değerleri $(\lambda_1)^2=4$ ve $(\lambda_2)^2=9$ bulunur. Dolayısıyla v , B matrisinin öz vektörü ise $B \cdot v=4 \cdot v$ veya $B \cdot v=9 \cdot v$ olmalıdır. Yani; $B \cdot v=4 \cdot (1,5)=(4,20)$ veya $B \cdot v=9 \cdot (1,5)=(9,45)$ olur.

29. CEVAP A

I. $Z_{18}^* = \{m \in Z_{18} : (m, 18) = 1\}$ olduğundan

$$o(Z_{18}^*) = \varphi(18) = 18 \cdot (1 - (1/2)) \cdot (1 - (1/3)) = 6 \text{ dir.}$$

Dolayısıyla 6 elemanlı bir devirli grubun üreteç sayısı $\varphi(6) = 6 \cdot (1 - (1/2)) \cdot (1 - (1/3)) = 2$ dir. Bu öncül doğrudur.

Yani (Z_{18}^*, \cdot) çarpımsal grubu devirli ise (devirli olmayabilir) bu grubun $\varphi(\varphi(n))$ tane üreteci vardır.

II. Simetrik gruplarda ayrık devirlerin çarpımı şeklinde yazılan bir permütasyonun mertebesi, ayrık devirlerin uzunluklarının okeğine eşittir.

$$f = (153) \cdot (2563) = (23)(561) \text{ olduğundan}$$

$$o(f) = \text{OKEK}[2,3] = 6 \text{ dir. Bu öncül yanlıştır.}$$

III. Tanım kümesinde tanımlı işlemin birimi e ve değer kümesinde tanımlı işlemin birimi e' olmak üzere çekirdek kümesi:

$$\text{Kerf} = \text{Çekf} = \{x \in G : \varphi(x) = e'\}$$

şeklinde ifade edilebilir.

Sorudaki örnekte tanım kümesinde yer alan elemanlar (x,y) ikilileri ve toplama işleminin birimi 0 olduğundan:

$$\text{Çekf} = \{(x,y) \in Z^2 : \varphi(x,y) = 0\}$$

Dolayısıyla $\varphi(x,y) = 0$ olacağından $x-y=0$ için $x=y$ elde edilir. Buradan da homomorfizmanın çekirdeği:

$$\text{Kerf} = \text{Çekf} = \{(x,x) : x \in Z\} \text{ kümesidir.}$$

Bu öncül de yanlıştır.

30. CEVAP D

I. $\forall a,b,c \in \mathbb{N}$ için

$$(a * b) * c = a * c = a$$

$$a * (b * c) = a * b = a \text{ yani}$$

$(a * b) * c = a * (b * c)$ birleşme var. Bu öncül doğrudur.

II. $a * b = a * c$ iken $b=c$ olmayabilir. Sadeleştirme yok. Bu öncül yanlıştır.

III. $a * e = a$ koşulu $\forall e \in \mathbb{N}$ için sağlanacağından bu öncül doğrudur

31. CEVAP C

Sepette ya en az 11 elma, ya en az 8 armut, ya da en az 6 şeftali olmayacak şekilde dağılım yapmaya çalışsak;

10 elma 7 armut 5 şeftali koymalıyız. $10+7+5=22$ tane meyve olur. Bundan sonra hangi meyveden koyarsak koyalım, bir meyve daha koyduğumuzda "sepette ya en az 11 elma, ya en az 8 armut, ya da en az 6 şeftali" bulunmuş olur. Yani en az $22+1=23$ meyve sepete koyulduğunda şart sağlanır.

32. CEVAP E

Sorunun, A noktasından B noktasına giden ve ızgaradan şaşmayan en kısa yol sayısını sorduğuna dikkat edelim. 4 sağa ve 3 yukarı olmak üzere toplam $4+3=7$ hareket yapmak lazım. Demek ki $4+3$ hareketten 3 tane yukarı hareketi seçmeliyiz.

(Ya da 4 tane sağa)

$$\binom{7}{3} = \frac{7!}{3!4!} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4!}{3! \cdot 4!} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 35$$

33. CEVAP B

C ailesi, A dan B ye fonksiyonlardan oluştuğu için ve A dan B'ye $4^3=64$ tane fonksiyon tanımlanabildiği için $s(C)=64$ tür.

A dan B'ye 1-1 fonksiyon sayısı

$$P(4,3)=4!/(4-3)!=4!=24 \text{ olur.}$$

İlgili olasılık $P=24/64=3/8$ olur.

34. CEVAP A

Önce d_1 doğrusu üzerinde iki nokta, d_2 doğrusu üzerinde bir nokta seçelim. Böylece 5 noktanın ikili kombinasyonu ile 4 noktanın birli kombinasyonunun çarpımı kadar üçgen elde edilir.

Şimdi d_1 doğrusu üzerinde bir nokta ve d_2 doğrusu üzerinde iki nokta seçelim. Bu durumda 5 noktanın birli ve 4 noktanın ikili kombinasyonlarının çarpımı kadar üçgen elde edilir. O halde üçgenlerin toplam sayısı,

$$\binom{5}{2} \cdot \binom{4}{1} + \binom{5}{1} \cdot \binom{4}{2} \text{ tane olur.}$$

Bu durumda istenen olasılık;

$$\frac{\binom{5}{2} \cdot \binom{4}{1}}{\binom{5}{2} \cdot \binom{4}{1} + \binom{5}{1} \cdot \binom{4}{2}} = \frac{10 \cdot 4}{10 \cdot 4 + 5 \cdot 6} = \frac{40}{70} = \frac{4}{7} \text{ olur.}$$

35. CEVAP B

a, 4, b, 7, 8, 11

veri grubunun medyanı; $(b+7)/2$

aritmetik ortalaması ise $(a+4+b+7+8+11)/6$ dir.

$$\frac{b+7}{2} = \frac{a+b+30}{6} \Rightarrow b+7 = \frac{a+b+30}{3}$$

$$\Rightarrow 3b+21=a+b+30 \Rightarrow 2b-a=9 \Rightarrow a=1 \text{ ve } b=5 \text{ olur.}$$

Not. $a=3$ ve $b=6$ durumunda da eşitlik sağlanır ama aritmetik ortalama ve dolayısıyla medyan tamsayı olmaz!

20 eklendiğinde veri grubu;

1, 4, 5, 7, 8, 11, 20 olur.

$$AO = \frac{1+4+5+7+8+11+20}{7} = 8$$

Aritmetik ortalama $8-6=2$ artar

36. CEVAP C

Çekilen toplar ve olasılıkları şöyle olur:

BB	BS	SB	SS
$\frac{6}{10} \cdot \frac{6}{10}$	$\frac{6}{10} \cdot \frac{4}{10}$	$\frac{4}{10} \cdot \frac{6}{10}$	$\frac{4}{10} \cdot \frac{4}{10}$
$= \frac{9}{25}$	$= \frac{6}{25}$	$= \frac{6}{25}$	$= \frac{4}{25}$

X rastgele değişkeni kazanılan liralaraın sayısı olsun. Bu değişkenin beklenen değeri yani bu oyundaki beklenen kar;

$$200 \cdot \left(\frac{9}{25}\right) + 50 \cdot \left(\frac{6}{25}\right) + 50 \cdot \left(\frac{6}{25}\right) - 100 \cdot \left(\frac{4}{25}\right) = 80$$

olur.

37. CEVAP E

Öncelikle c sabitini bulalım.

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x). dx = 1 \text{ olmalıdır.}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x). dx$$

$$= \int_{-\infty}^1 0. dx + \int_1^2 c. x. dx + \int_2^3 \frac{1}{2}. dx + \int_3^{\infty} 0. dx = 1$$

$$\int_1^2 c. x. dx + \int_2^3 \frac{1}{2}. dx = 1 \Rightarrow c \cdot \frac{x^2}{2} \Big|_1^2 + \frac{1}{2} \cdot x \Big|_2^3 = 1$$

$$c \cdot \frac{3}{2} + \frac{1}{2} = 1 \Rightarrow c \cdot \frac{3}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow c = \frac{1}{3}$$

$$E(x) = \int_{-\infty}^{\infty} x. f(x). dx$$

$$= \int_{-\infty}^1 0. x. dx + \int_1^2 \frac{1}{3}. x. x. dx + \int_2^3 \frac{1}{2}. x. dx + \int_3^{\infty} 0. x. dx$$

$$= \int_1^2 \frac{1}{3}. x. x. dx + \int_2^3 \frac{1}{2}. x. dx = \frac{1}{3} \cdot \frac{x^3}{3} \Big|_1^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{x^2}{2} \Big|_2^3$$

$$= \frac{7}{9} + \frac{5}{4} = \frac{73}{36}$$

38. CEVAP D

Var(X)=E(X²)-(E(X))² dir. Diğer taraftan;

Var(a.X)=a².Var(X) ve Var(X+b)=Var(X) dir. Dolayısıyla
Var(3X+3)=3².Var(X)=9.Var(X) dir.

$$E(X)=\int_{-\infty}^{\infty} x. f(x). dx$$

$$= \int_{-\infty}^1 x. 0. dx + \int_1^2 x(x - \frac{1}{2}). dx + \int_2^{\infty} x. 0. dx$$

$$= \int_1^2 x. (x - \frac{1}{2}). dx = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{4} \Big|_1^2 = \frac{8}{3} - \frac{4}{4} - \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) = \frac{19}{12}$$

$$E(X^2)=\int_{-\infty}^{\infty} x^2. f(x). dx$$

$$= \int_{-\infty}^1 x^2. 0. dx + \int_1^2 x^2(x - \frac{1}{2}). dx + \int_2^{\infty} x^2. 0. dx$$

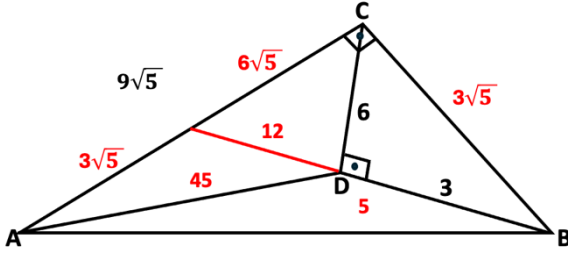
$$= \int_1^2 x^2. (x - \frac{1}{2}). dx = \frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{6} \Big|_1^2$$

$$= \frac{16}{4} - \frac{8}{6} - \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{6}\right) = \frac{31}{12}$$

$$\text{Var}(X)=E(X^2)-(E(X))^2 = \frac{31}{12} - \left(\frac{19}{12}\right)^2 = \frac{11}{144}$$

$$\text{Var}(3X+3)= 9. \text{Var}(X)= 9. \frac{11}{144} = \frac{11}{16}$$

39. CEVAP B



$$|CB| = \sqrt{3^2 + 6^2} = 3\sqrt{5}$$

$$6^2 = 3 \cdot |TD| \text{ ve } |TD| = 12$$

$$\sqrt{|TC|^2} = \sqrt{12 \cdot 15} \text{ ve } |TC| = 6\sqrt{5}$$

$$|AT| = 9\sqrt{5} - 6\sqrt{5} = 3\sqrt{5}$$

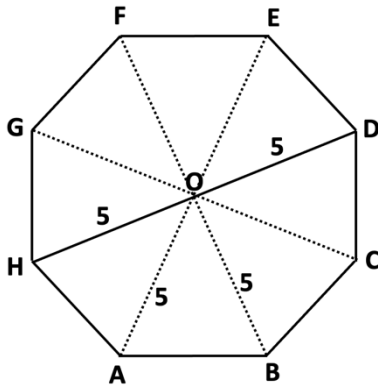
$$A(TCB) = \frac{6\sqrt{5} \cdot 3\sqrt{5}}{2} = 45$$

$$\frac{A(ATB)}{A(TCB)} = \frac{3\sqrt{5}}{6\sqrt{5}} = \frac{1}{2}$$

$$A(ATB) = 5S = \frac{45}{2}$$

$$S = \frac{9}{2}$$

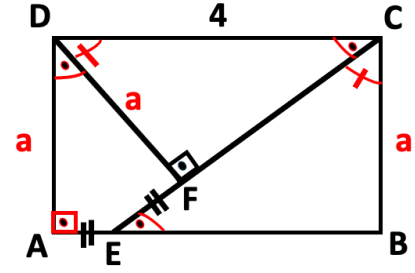
40. CEVAP E



$$A(OAB) = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 5 \cdot \sin 45^\circ = \frac{1}{2} \cdot 25 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{25\sqrt{2}}{4}$$

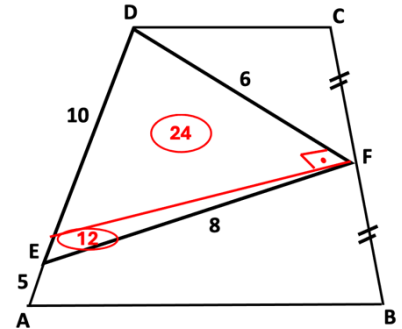
$$A(ABCDEFGH) = 8 \cdot A(OAB) = 8 \cdot \frac{25\sqrt{2}}{4} = 50\sqrt{2}$$

41. CEVAP B



DAEF dörtgeninde $|AE| = |EF|$ ve $AE \perp AD$, $EF \perp DF$ olduğundan, $|DA| = |DF|$ olur. DFC ve CBE üçgenleri eş üçgenler olur. $|DC| = 4$ olduğundan $|EC| = 4$ olur.

42. CEVAP B

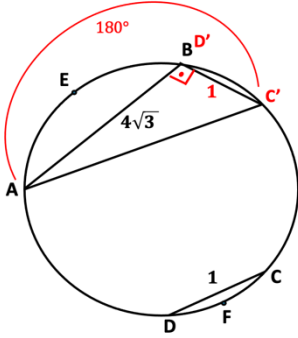


$$m(\widehat{DFE}) = 90^\circ$$

$$A(DFE) = \frac{6 \cdot 8}{2} = 24$$

$$A(ABCD) = (24 + 12) \cdot 2 = 72$$

43. CEVAP A



$[DC]$ taşınırsa $m(\widehat{ABC'}) = 180^\circ$ olur.

$$|AC| \text{ çap olur. } |AC| = \sqrt{(4\sqrt{3})^2 + 1^2} = 7$$

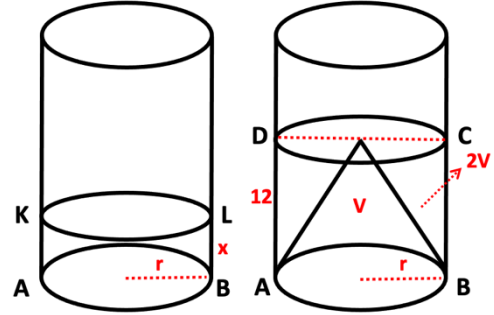
44. CEVAP B

ABC dik üçgeninde $|CB| = 4$ ve $|AB| = 8$ olduğundan $s(\hat{A}) = 30^\circ$ ve $s(\hat{B}) = 60^\circ$ olur.

$|CA| = 4\sqrt{3}$ bulunur.

$$\begin{aligned} T.A &= \frac{4 \cdot 4\sqrt{3}}{2} - \left(\pi \cdot 4^2 \cdot \frac{30^\circ}{360^\circ} + \pi \cdot 4^2 \cdot \frac{60^\circ}{360^\circ} \right) \\ &= 8\sqrt{3} - 4\pi \end{aligned}$$

45. CEVAP B



Şekil-1

Şekil-2

$$V = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot 12}{3} = 4\pi r^2 \Rightarrow 2V = 8\pi r^2 = \pi r^2 h$$

$$h = x = 8$$

46. CEVAP B

$$\vec{u} // \vec{y} \Rightarrow \vec{u} = (t, 3t)$$

$$\vec{v} = (a, b), \vec{v} \perp \vec{y} \Rightarrow a \cdot 1 + b \cdot 3 = 0$$

$$\vec{v} = (-3b, b)$$

$$\vec{u} - \vec{v} = \vec{x} \Rightarrow (t + 3b, 3t - b) = (5, 5)$$

$t + 3b = 5$ ve $3t - b = 5$ birlikte çözümlerse;

$$t = 2 \text{ ve } b = 1$$

$$\vec{u} = (t, 3t)$$

$$= (2, 6)$$

$$\vec{v} = (-3b, b)$$

$$= (-3, 1)$$

$$\|\vec{u}\| + \|\vec{v}\| = \sqrt{4 + 36} + \sqrt{9 + 1} = 3\sqrt{10}$$

47. CEVAP E

$(k,0)$ noktası $x-3y-3=0$ ve $mx+ny-9=0$ doğrularını sağlar:

$k-3.0-3=0$ ve $m.k+n.0-9=0 \Rightarrow k=3$ ve $m=3$ bulunur.

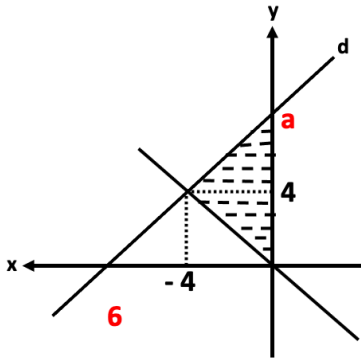
$x-3y-3=0$ ve $3x+ny-9=0$ doğruları

dik kesiyorlarsa eğimleri çarpımı -1 dir:

$(1/3).(-3/n)=-1 \Rightarrow n=1$

$k+m+n=3+3+1=7$

48. CEVAP D



$$T.A = 12 = \frac{a \cdot 4}{2} \text{ ise } a = 6$$

$$m = \frac{6-4}{4} = \frac{1}{2} = \frac{6}{b} \text{ ise } b = 12 \text{ ve } -b = -12$$

49. CEVAP E

Denklemler sistemini çözelim.

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & 6 \\ 3 & 1 & 4 & 3 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & -2 & 1 & -3 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 5 & 5 \end{bmatrix}$$

$$\sim \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Buradan $x=-1, y=2, z=1$ bulunur.

$x-y+2z=5$ düzlemin normal vektörü $(1,-1,2)$ vektördür

$P(-1,2,1)$ noktasından geçen ve $(1,-1,2)$ vektörüne paralel olan doğrunun denklemi;

$$\frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{2} = t \text{ şeklindedir. Yada}$$

$x=-1+t, y=2-t, z=1+2t$ olduğundan $\{(-1+t, 2-t, 1+2t) : t \in \mathbb{R}\}$

50. CEVAP C

$\vec{A}(1,2,3)$ düzleminin normali $B(2,1,3)$ noktası düzlemin üzerinde olduğundan \vec{BA} vektörü \vec{n} vektörüne paraleldir. $A(a,b,c)$ olsun.

\vec{BA}, \vec{n} vektörüne paralel olduğuna göre,

$$\frac{a-2}{1} = \frac{b-1}{2} = \frac{c-3}{3}$$

I. $(3,3,6) \quad \frac{3-2}{1} = \frac{3-1}{2} = \frac{6-3}{3} \quad \checkmark$

II. $(5,7,12) \quad \frac{5-2}{1} = \frac{7-1}{2} = \frac{12-3}{3} \quad \checkmark$

III. $(4,5,6) \quad \frac{4-2}{1} = \frac{5-1}{2} = \frac{6-3}{3} \quad \times$