

## 1. CEVAP A

$$a < -3 \text{ için}$$

$$-a-3=7-5a$$

$$4a=10$$

$$a=5/2, \text{ ÇK}=\emptyset$$

$$a > -3 \text{ için}$$

$$a+3=7-5a$$

$$6a=4$$

$$a=2/3$$

$$\left| b - \frac{2}{3} \right| = 6 - 4b$$

$$b > \frac{2}{3} \text{ için}$$

$$b - \frac{2}{3} = 6 - 4b$$

$$5b=20/3$$

$$b=4/3$$

$$b < \frac{2}{3} \text{ için}$$

$$-b + \frac{2}{3} = 6 - 4b$$

$$3b=16/3$$

$$b=16/9, \text{ ÇK}=\emptyset$$

$$a + b = \frac{2}{3} + \frac{4}{3} = 2$$

## 2. CEVAP E

$x^2+1 > 0$  'dır. Eşitsizliğin tüm reel sayılarda yanlış olabilmesi için, payın 0'dan küçük olması gerekir.

Yani  $\Delta \leq 0$  'dır.

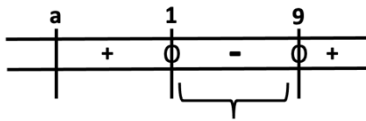
$$-x^2 - (3-a)x - a \leq 0$$

$$\Delta = [-(3-a)]^2 - 4(-1)(-a) \leq 0$$

$$9 + a^2 - 6a - 4a \leq 0$$

$$a^2 - 10a + 9 \leq 0$$

$$a = 9 \text{ ve } a = 1$$



a'nın alabileceği değerler

$$1+2+\dots+9=45$$

## 3. CEVAP B

$$(f \circ g^{-1} \circ f)(2) = f \circ g^{-1}(f(2)) = 0$$

$$f \circ g^{-1}(2^3) = 0$$

$$f \circ g^{-1}(8) = 0$$

$$f(g^{-1}(8)) = 0$$

$$g^{-1}(x) = \frac{x-6}{-2} = \frac{8-6}{-2} = -1$$

2 üst denklemde  $g^{-1}(8) = -1$  'i yerine yazalım.

$$f(g^{-1}(8)) = 0$$

$$f(-1) = 0$$

$$-1 + a = 0$$

$$a = 1$$

## 4. CEVAP C

$x = 1$  için denklemde yerine yazalım

$$0 = 1 - 4 \cdot 1 + 2 \cdot 1 + m$$

$m = 1$  bulunur

$$\frac{x^3 - 4x^2 + 2x + m}{x - 1} = x^2 - 3x - 1$$

$$P(x) = x^2 - 3x - 1$$

$$P(1) = -3$$

## 5. CEVAP C

$z = a + bi$  olsun

$$|-z| = |z| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\sqrt{a^2 + b^2} + i(a + bi) - 2 = 4i$$

$$\sqrt{a^2 + b^2} - b + ai = 2 + 4i$$

$$\sqrt{a^2 + b^2} - b = 2$$

$$\sqrt{a^2 + b^2} = b + 2$$

$$\sqrt{4^2 + b^2} = b + 2$$

$$16 + b^2 = b^2 + 4b + 4$$

$$b = 3 \text{ ve } a = 4$$

$$z = a + bi > z = 4 + 3i$$

$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$|z| = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$$

6. CEVAP D

$$6 = \log \frac{I_6}{I_0} \Rightarrow 6 = \log I_6 - \log I_0$$

$$3 = \log \frac{I_3}{I_0} \Rightarrow \frac{-1}{3} = \log I_3 - \log I_0$$

$$3 = \log I_6 - \log I_3$$

$$3 = \log \frac{I_6}{I_3} \Rightarrow \frac{I_6}{I_3} = 10^3 = 1000$$

7. CEVAP D

Dönüşüm formülünden ( $1 + -1 = 0$ )

$$\cos 2\pi + \cos \pi = \cos \frac{\pi}{2}$$

$$\cos 4x + \cos 2x = \cos x$$

$$2\cos \frac{4x+2x}{2} + \cos \frac{4x-2x}{2} = \cos x$$

$$2\cos 3x \cdot \cos x = \cos x$$

$$2\cos 3x \cdot \cos x - \cos x = 0$$

$$\cos x (2\cos 3x - 1) = 0$$

I.  $\cos x = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{2} \quad \checkmark$

II.  $2\cos 3x - 1 = 0 \Rightarrow \cos 3x = \frac{1}{2}$

$\cos 3x = \frac{1}{2}$  eşitliğini 2 şekilde çözersek;

I.  $3x = \frac{\pi}{3} + 2\pi k \Rightarrow x = \frac{\pi}{9} + \frac{2\pi k}{3}$

$k=0, x = \frac{\pi}{9} \quad \checkmark$

$k=1, x = \frac{7\pi}{9} \quad \checkmark$

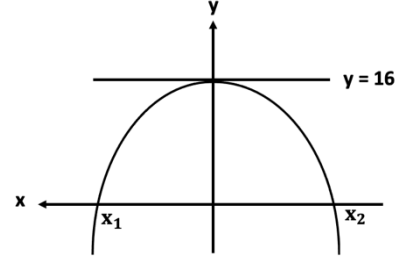
$k=2, x = \frac{13\pi}{9} \quad \times$

II.  $3x = \frac{-\pi}{3} + 2\pi k \Rightarrow x = -\frac{\pi}{9} + \frac{2\pi k}{3}$

$k=1, x = \frac{5\pi}{9} \quad \checkmark$

$k=2, x = \frac{11\pi}{9} \quad \times$

8. CEVAP E



$y' = 2mx = 0$  ve  $x = 0$  tepe noktası,  $T = (0,16)$

$(x_1 - x_2) = 8$  ve  $y$  simetri eksenini olduğundan,

$x_1 = -4$  ve  $x_2 = 4$  olur.

$$y = a(x - 4)(x + 4) = a(x^2 - 16) = ax^2 - 16a$$

$(0,16)$ 'dan geçer. Bu durumda:

$16 = 0 - 16a$  ve  $a = -1$  olur.

$y = -x^2 + 16$  'dan  $m = -1$  ve  $n = 8$  bulunur.

9. CEVAP C

$$\lim_{x \rightarrow 6} \frac{2x^3 - 8x^2 - 24x}{mx + n} = 16$$

$$\frac{2 \cdot 6^3 - 8 \cdot 6^2 - 24 \cdot 6}{6m + n} = \frac{0}{6m + n}$$

olması için,  $6m + n = 0$  olmalı. Bu durumda,  $n = -6m$  olur.

L'Hospital uygulanırsa,

$$\lim_{x \rightarrow 6} \frac{6x^2 - 16x - 24}{m} = 16$$

$$\frac{6 \cdot 6^2 - 16 \cdot 6 - 24}{m} = 16$$

$m = 6$  ve  $n = -6m = -6 \cdot 6 = -36$  yani  $m + n = -30$

10. CEVAP C

- I. Fonksiyonunun tanım kümeleri aynı olmadığından eşit fonksiyonlar değildir. YANLIŞ
- II. g fonksiyonunun tanım kümesinde  $x = 5$  olmadığından g fonksiyonu süreklidir. YANLIŞ
- III. f fonksiyonu doğrusal ve süreklidir. g fonksiyonu da tanım kümesindeki her noktada sürekli olduğundan süreklidir. DOĞRU

11. CEVAP D

$x - \sqrt{x} = 2$  ise  $x = 4$  bulunur.

$$(f^{-1})'(2) = \frac{1}{f'(4)} = \frac{1}{1 - \frac{1}{2\sqrt{x}}} = \frac{1}{1 - \frac{1}{2\sqrt{4}}} = \frac{4}{3}$$

12. CEVAP A

$$F(x, y, z) = \sin(x + y) + \sin(y + z) + \sin(x + z)$$

$$z_x = -\frac{F_x}{F_z} = -\frac{\cos(x + y) + \cos(x + z)}{\cos(y + z) + \cos(x + z)} \Rightarrow z_x(\pi, \pi, \pi) = -1$$

$$z_y = -\frac{F_y}{F_z} = -\frac{\cos(x + y) + \cos(y + z)}{\cos(y + z) + \cos(x + z)} \Rightarrow z_y(\pi, \pi, \pi) = -1$$

$$z_x + z_y = -2$$

13. CEVAP B

$f'(x) < 0$  olan aralıklarda fonksiyon azalır.

$\forall x \in \mathbb{R}$  için  $f'(x) \leq 0$  ifadesi verildiği için fonksiyon azalan bir fonksiyon olmak zorundadır.

Diğer taraftan,

$f''(x) > 0$  ise fonksiyon dışbükeydir.

Yani  $\cup$  veya  $\cap$  şeklindedir.

$f''(x) < 0$  ise fonksiyon içbükeydir.

Yani  $\cap$  veya  $\cup$  şeklindedir.

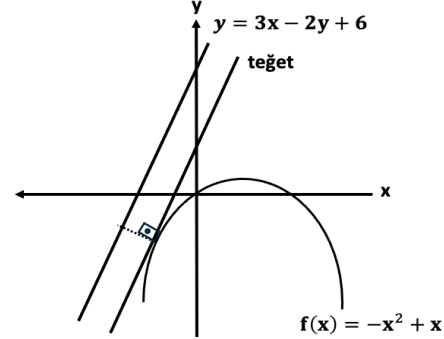
II ve III. öncüllere bakılırsa;

$\forall x \in (-\infty, -3) \cup (-2, 0) \cup (2, 3)$  için  $f''(x) > 0$

$\forall x \in (-3, -2) \cup (0, 2) \cup (3, \infty)$  için  $f''(x) < 0$

olur. Bu duruma uygun grafik, B'deki grafikdir.

14. CEVAP A



$$3x - 2y + 6 = 0$$

$$m_d = \frac{3}{2} = m_t = f'(x_0)$$

$$f'(x) = -2x + 1$$

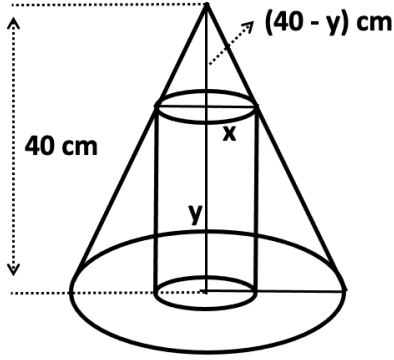
$$-2x + 1 = \frac{3}{2}$$

$$x = -\frac{1}{4}$$

$$f\left(-\frac{1}{4}\right) = -\left(-\frac{1}{4}\right)^2 + \left(-\frac{1}{4}\right) = -\frac{5}{16}$$

$$A\left(-\frac{1}{4}, -\frac{5}{16}\right)$$

15. CEVAP D



$$\frac{40 - y}{40} = \frac{x}{30}$$

$$y = \frac{120 - 4x}{3}$$

$$S = 2\pi x \cdot y = 2\pi x \left( \frac{120 - 4x}{3} \right) = 80\pi x - \frac{8\pi x^2}{3}$$

$$S' = 80\pi - \frac{16\pi}{3}x = 0$$

$$x = 15$$

16. CEVAP E

$\tan \frac{x}{2} = t$  dönüşümü yapılırsa

$$dx = \frac{2dt}{1 + t^2}$$

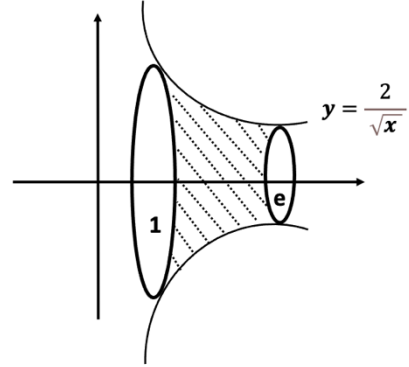
$x = 0$  için  $t = 0$  ve  $x = \frac{2\pi}{3}$  için  $t = \sqrt{3}$

$$\int_0^{\frac{2\pi}{3}} \frac{dx}{5 + 4\cos x} = \int_0^{\sqrt{3}} \frac{2dt}{(1 + t^2) \left( 5 + \frac{4 - 4t^2}{1 + t^2} \right)}$$

$$= \int_0^{\sqrt{3}} \frac{2dt}{t^2 + 9} = \frac{2}{3} \arctan \left( \frac{t}{3} \right) \Big|_0^{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{2}{3} \left( \arctan \frac{\sqrt{3}}{3} - \arctan 0 \right) = \frac{\pi}{9}$$

17. CEVAP C



$$V = \pi \int_1^e \left( \frac{2}{\sqrt{x}} \right)^2 dx = \pi \int_1^e \frac{4}{x} dx = 4\pi \ln x \Big|_1^e = 4\pi$$

18. CEVAP B

$$\lim \left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right| = \lim \frac{|x|^{(n+1)!}}{(n+1)!} = \frac{n!}{|x|^{n!}}$$

$$\lim \frac{|x|^{n \cdot n!}}{(n+1)!} = \begin{cases} 0, & |x| \leq 1 \\ +\infty, & |x| > 1 \end{cases}$$

olacağından  $|x| \leq 1$  için seri yakınsaktır.  $R=1$  'dir. Yakınsaklık aralığı  $[-1,1]$  olur.

19. CEVAP B

$$X - Y' = X \cap (Y')' = X \cap Y \text{ dir.}$$

$$s(X - Y') + s(X') = s(E) \text{ ise } s(X \cap Y) + s(X') = s(E)$$

$$s(X) + s(X') = s(E) \text{ dir. } X \cap Y \subset X \text{ olduğu için}$$

$$X \cap Y = X \text{ dir. Buradan } X \subset Y \text{ bulunur.}$$

## 20. CEVAP D

$x$ , bir asal sayı ise  $x=2$  dir veya tek sayıdır.

İki durumda da  $x^5-x$  çifttir. Bu yüzden  $p$  önermesi doğrudur.  $p \equiv 1$

Pozitif olmayan en büyük tamsayı  $-1$  değil  $0$  dir. Bu yüzden  $q$  önermesi yanlıştır.  $q \equiv 0$

$$I. p \wedge q \equiv 1 \wedge 0 \equiv 0$$

$$II. p \vee q' \equiv 1 \vee 0' \equiv 1$$

$$III. (p \Rightarrow q)' \equiv (1 \Rightarrow 0)' \equiv 0' \equiv 1$$

## 21. CEVAP A

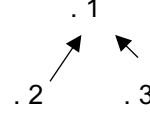
I.  $\forall x \in A$  için " $x$ 'in boyu  $\geq x$ 'in boyu" olacağından  $(x,x) \in \beta$  dir.  $\beta$ , yansıyandır. Bu öncül doğrudur.

II. Seher ve Güzide'nin boy uzunlukları eşit (170 cm) olduğu için  $(\text{Seher}, \text{Güzide}) \in \beta$  iken  $(\text{Güzide}, \text{Seher},) \in \beta$  dir. Dolayısıyla bağıntı ters simetrik değildir. Bu öncül yanlıştır.

III.  $\beta$  bağıntısı,  $A = \{\text{Ümranyay}, \text{Büşra}, \text{Seher}, \text{Güzide}, \text{Şehmuz}\}$  kümesi üzerinde tanımlıdır. Dolayısıyla  $\beta$  bağıntısının elemanları,  $(170, 170)$  gibi tamsayı ikilileri değil  $(\text{Seher}, \text{Güzide})$  gibi ikililer olur. Bu öncül de yanlıştır.

## 22. CEVAP D

$\ell$  bağıntısının diyagramı şöyledir:



Yani 1 elemanı, 2'den de 3'ten de büyüktür. 2 ile 3 kıyaslanamaz. Dolayısıyla  $B = \{2,3\}$  kümesinin maksimumu veya minimumu yoktur.

$B$  kümesinin üst sınırı yani hem 2'den hem de 3'ten büyük olan eleman sadece 1'dir. Bu yüzden  $B$ 'nin üst sınırlarının en küçüğü (yani  $\sup B$ ) 1 dir.

Sonuç olarak I. ve III. öncüller doğrudur.

## 23. CEVAP E

I.  $(6,8)=(6,10)=2$  olmasına rağmen  $[6,8]=24$  ve  $[6,10]=30$  olduğu için  $[6,8] \neq [6,10]$  dir. Bu öncül yanlıştır.

II. her  $m$  tamsayısı için  $(a,b+m.a)=(a,b)$  dir. Bu öncül doğrudur.

III.  $[a_1, a_2, \dots, a_{n-1}, a_n]=[a_1, a_2, \dots, a_{n-1}, a_n]$  eşitliği sağlanır. Bu öncül doğrudur.

## 24. CEVAP E

12'den küçük her  $p$  asalı 12! sayısını böler. Dolayısıyla bu  $p$  asalları,  $(12!)+1$  sayısını bölmezler. Çünkü  $p \mid (12!)+1$  olsaydı  $p \mid 12!$  olduğundan  $p \mid 1$  olması gerekirdi ki bu bir çelişkidir. Wilson teoremi gereği

$$((p-1)! \equiv -1 \pmod{p}) \text{ yani } p \mid (p-1)!+1$$

$13 \mid (12!)+1$  olur. Yani  $(12!)+1$  sayısını bölen en küçük asal sayı 13 dir ya da şöyle düşünülebilir:

$$12! = 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$$

$$= 12 \cdot (11 \cdot 6) \cdot (10 \cdot 4) \cdot (9 \cdot 3) \cdot (8 \cdot 5) \cdot (7 \cdot 2) \cdot 1$$

Parantez içindeki sayıların 13 ile bölümünden kalan 1 dir. Dolayısıyla 12! sayısının 13 ile bölümünden kalan 12 dir. Buradan  $13 \mid 12!+1$  dir.

## 25. CEVAP A

Bu sistem homojen ise sistemdeki denklemlerin sabit terimleri sıfır olmalıdır.

$a+b=0$  ve  $b+c=0$  ve  $c-1=0$  dir.  $c=1$ ,  $b=-1$ ,  $a=1$  olur.

Sisteminin çözüm uzayının boyutu sıfır ise çözüm kümesi tek elemanlıdır ve sadece  $(0,0,0)$  elemanından oluşur. Tek çözüm varsa katsayılar matrisinin determinantı sıfırdan farklıdır.  $d$  değeri katsayılar matrisinin determinantını sıfır yapan bir değer olamaz.

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ -1 & 1 & d \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & -3 & 1 \\ 0 & 3 & d+1 \end{vmatrix} = 0$$

$$1 \cdot (-3 \cdot (d+1) - 1 \cdot 3) = 0 \Rightarrow -3d - 3 - 3 = 0 \Rightarrow d = -2 \text{ olamaz}$$

## 26. CEVAP C

$A$ ,  $3 \times 3$  tipinde ve  $\det(2A)=64$  ise  $2^3 \cdot \det(A)=64$  olur.

$8 \cdot \det(A)=64$  ve  $\det(A)=8$  dir.  $\det(A^{-1})=1/\det(A)$  dir.

$\det(4 \cdot A^{-1})=4^3 \cdot \det(A^{-1})=64 \cdot (1/8)=8$  olur.

## 27. CEVAP B

Bir (alt) vektör uzayının boyutu, herhangi bir tabanındaki vektör sayısıdır. Taban hem geren hem de lineer bağımsız olan kümedir. Gerenin lineer bağımsız olması gerekmez. Tabandan fazla vektör içerebilir. Dolayısıyla boyutu 2 olan bir uzayda, taban, 3 elemanlı hatta daha fazla elemanlı olabilir. Bu öncül yanlıştır.

II. Lineer bağımlı bir kümeyi kapsayan her küme de lineer bağımlıdır. Dolayısıyla bu öncül doğrudur.

III.  $A$  kümesinin alt vektör uzayı olup olmadığı belirtilmemiş. Dolayısıyla  $A$  kümesi alt vektör uzayı olmayan normal bir alt küme ise lineer bağımsız 2 vektör içerebilir. Bu öncül yanlıştır.

## 28. CEVAP D

$T: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$  şeklinde tanımlanan lineer dönüşümlerin dönüşüm matrisi, bileşen fonksiyonlarının katsayılarını satır kabul eden matristir. Bu örnekte de bu yüzden bu dönüşümün kuralı,  $T(x,y)=(ax+2y, 3x+by)$  şeklinde olur. Ya da şöyle de dönüşümün kuralı bulunabilir:

$T$  lineer dönüşümünün dönüşüm matrisi  $\begin{bmatrix} a & 2 \\ 3 & b \end{bmatrix}$  ise bu dönüşüm;

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} a & 2 \\ 3 & b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \cdot x + 2 \cdot y \\ 3x + b \cdot y \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow T(x,y)=(ax+2y, 3x+by)$$

$$T(1,4)=(9,-1) \text{ ise } (1 \cdot a + 2 \cdot 4, 3 \cdot 1 + 4 \cdot b) = (9,-1) \Rightarrow$$

$$a+8=9 \text{ ve } 3+4 \cdot b=-1 \quad a=1 \text{ ve } b=-1 \Rightarrow$$

Böylece dönüşümün kuralı  $T(x,y)=(x+2y, 3x-y)$  olur.

$$T(2,2)=(6,4) \text{ bulunur.}$$

## 29. CEVAP A

I.  $Z_{18}^* = \{m \in Z_{18} : (m, 18) = 1\}$  olduğundan

$$o(Z_{18}^*) = \varphi(18) = 18 \cdot (1 - (1/2)) \cdot (1 - (1/3)) = 6 \text{ dir.}$$

Dolayısıyla 6 elemanlı bir devirli grubun üreteç sayısı  $\varphi(6) = 6 \cdot (1 - (1/2)) \cdot (1 - (1/3)) = 2$  dir. Bu öncül doğrudur.

Yani  $(Z_{18}^*, \cdot)$  çarpımsal grubu devirli ise (devirli olmayabilir) bu grubun  $\varphi(\varphi(n))$  tane üreteci vardır.

II. Simetrik gruplarda ayrık devirlerin çarpımı şeklinde yazılan bir permütasyonun mertebesi, ayrık devirlerin uzunluklarının okeğine eşittir.

$$f = (153) \cdot (2563) = (23)(561) \text{ olduğundan}$$

$$o(f) = \text{OKEK}[2,3] = 6 \text{ dir. Bu öncül yanlıştır.}$$

III. Tanım kümesinde tanımlı işlemin birimi  $e$  ve değer kümesinde tanımlı işlemin birimi  $e'$  olmak üzere çekirdek kümesi:

$$\text{Kerf} = \text{Çekf} = \{x \in G : \varphi(x) = e'\}$$

şeklinde ifade edilebilir.

Sorudaki örnekte tanım kümesinde yer alan elemanlar  $(x,y)$  ikilileri ve toplama işleminin birimi 0 olduğundan:

$$\text{Çekf} = \{(x,y) \in \mathbb{Z}^2 : \vartheta(x,y) = 0\}$$

Dolayısı ile  $\vartheta(x,y) = 0$  olacağından  $x-y=0$  için  $x=y$  elde edilir. Buradan da homomorfizmanın çekirdeği:

$$\text{Kerf} = \text{Çekf} = \{(x,x) : x \in \mathbb{Z}\} \text{ kümesidir.}$$

Bu öncül de yanlıştır.

### 30. CEVAP D

I.  $(\mathbb{Z}_6[x], +, \cdot)$  polinom halkasında katsayılar  $\mathbb{Z}_6$  dan seçilir.

$(x + \bar{3}) \cdot (x + \bar{3}) = x^2 + \bar{6}x + \bar{9} = x^2 + \bar{3}$  olduğundan bu öncül doğrudur.

II. Eğer her  $(\bar{a}, \bar{b}) \in \mathbb{Z}_6 \times \mathbb{Z}_6$  için  $n \cdot (\bar{a}, \bar{b}) = (\bar{0}, \bar{0})$  koşulunu sağlayan  $n$  pozitif tamsayısı varsa bu koşulu sağlayan en küçük  $n$  pozitif tamsayısına bu halkanın karakteristiği denir. Burada  $n=12$  için bu durum sağlanır. Yani karakteristik 12 dir. Bu öncül yanlıştır.

III.  $\mathbb{Z}/7\mathbb{Z}$  bölüm halkası  $(\mathbb{Z}_7, +, \cdot)$  halkası ile izomorftur. Bu halka cisimdir ve tamlık bölgesidir. Bu öncül doğrudur.

### 31. CEVAP E

Sorunun, A noktasından B noktasına giden ve ızgaradan şaşmayan en kısa yol sayısını sorduğuna dikkat edelim. 4 sağa ve 3 yukarı olmak üzere toplam  $4 + 3 = 7$  hareket yapmak lazım. Demek ki  $4+3$  hareketten 3 tane yukarı hareketi seçmeliyiz. (Ya da 4 tane sağa)

$$\binom{7}{3} = \frac{7!}{3!4!} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4!}{3!4!} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 35$$

### 32. CEVAP B

C ailesi, A dan B ye fonksiyonlardan oluştuğu için ve A dan B'ye  $4^3=64$  tane fonksiyon tanımlanabildiği için  $s(C)=64$  tür.

A dan B'ye 1-1 fonksiyon sayısı

$$P(4,3) = \frac{4!}{(4-3)!} = 4! = 24 \text{ olur.}$$

İlgili olasılık  $P = \frac{24}{64} = \frac{3}{8}$  olur.

### 33. CEVAP A

Önce  $d_1$  doğrusu üzerinde iki nokta,  $d_2$  doğrusu üzerinde bir nokta seçelim. Böylece 5 noktanın ikili kombinasyonu ile 4 noktanın birli kombinasyonunun çarpımı kadar üçgen elde edilir.

Şimdi  $d_1$  doğrusu üzerinde bir nokta ve  $d_2$  doğrusu üzerinde iki nokta seçelim. Bu durumda 5 noktanın birli ve 4 noktanın ikili kombinasyonlarının çarpımı kadar üçgen elde edilir. O halde üçgenlerin toplam sayısı,

$$\binom{5}{2} \cdot \binom{4}{1} + \binom{5}{1} \cdot \binom{4}{2} \text{ tane olur.}$$

Bu durumda istenen olasılık;

$$\frac{\binom{5}{2} \cdot \binom{4}{1}}{\binom{5}{2} \cdot \binom{4}{1} + \binom{5}{1} \cdot \binom{4}{2}} = \frac{10 \cdot 4}{10 \cdot 4 + 5 \cdot 6} = \frac{40}{70} = \frac{4}{7} \text{ olur.}$$

### 34. CEVAP A

x ve y haricinde verileri dizersek;

4, 7, 8, 9, 10

olur. x ve y birbirinden farklı olduğundan herhangi biri mod değerini belirler ve "4, 7, 8, 9, 10" değerlerinden birine eşit olmalıdır. Küçükten büyüğe doğru dizildiğinde, x ve y ile birlikte bu değerler toplamda 7 tane olduğu için 4. terim medyan (ortanca) olur. Dolayısıyla 4. terimin 8 veya 9 olması düşünülebilir.

Eğer  $x=8$  olursa;

4, 7, 8,  $x=8$ , 9, 10,  $y \Rightarrow$  medyan=mod=8 olur.  $AO=8$  ise

$$AO=(4+7+8+8+9+10+y)/7=8 \Rightarrow y=56-46=10$$

$y=10$  olursa iki tane mod olur. Demek ki medyan=mod=8 olmamalıdır.

Eğer  $x=9$  olursa;

4, 7, 8,  $x=9$ , 9, 10,  $y \Rightarrow$  medyan=mod=9 olur.  $AO=9$  ise

$$AO=(4+7+8+9+9+10+y)/7=9 \Rightarrow y=63-47=16 \text{ olur.}$$

$$GO=\sqrt{9 \cdot 16} = 12 \text{ dir.}$$

**35. CEVAP E**

Öncelikle  $c$  sabitini bulalım.

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x). dx = 1 \text{ olmalıdır.}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x). dx$$

$$= \int_{-\infty}^1 0. dx + \int_1^2 c. x. dx + \int_2^3 \frac{1}{2}. dx + \int_3^{\infty} 0. dx = 1$$

$$\int_1^2 c. x. dx + \int_2^3 \frac{1}{2}. dx = 1 \Rightarrow c. \frac{x^2}{2} \Big|_1^2 + \frac{1}{2}. x \Big|_2^3 = 1$$

$$c. \frac{3}{2} + \frac{1}{2} = 1 \Rightarrow c. \frac{3}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow c = \frac{1}{3}$$

$$E(x) = \int_{-\infty}^{\infty} x. f(x). dx$$

$$= \int_{-\infty}^1 0. x. dx + \int_1^2 \frac{1}{3}. x. x. dx + \int_2^3 \frac{1}{2}. x. dx + \int_3^{\infty} 0. x. dx$$

$$= \int_1^2 \frac{1}{3}. x. x. dx + \int_2^3 \frac{1}{2}. x. dx = \frac{1}{3}. \frac{x^3}{3} \Big|_1^2 + \frac{1}{2}. \frac{x^2}{2} \Big|_2^3$$

$$= \frac{7}{9} + \frac{5}{4} = \frac{73}{36}$$

**36. CEVAP D**

$Var(X)=E(X^2)-(E(X))^2$  dir. Diğer taraftan;

$Var(a.X)=a^2.Var(X)$  ve  $Var(X+b)=Var(X)$  dir. Dolayısıyla  $Var(3X+3)=3^2.Var(X)=9.Var(X)$  dir.

$$E(X)=\int_{-\infty}^{\infty} x. f(x). dx$$

$$= \int_{-\infty}^1 x. 0. dx + \int_1^2 x(x - \frac{1}{2}). dx + \int_2^{\infty} x. 0. dx$$

$$= \int_1^2 x. (x - \frac{1}{2}). dx = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{4} \Big|_1^2 = \frac{8}{3} - \frac{4}{4} - (\frac{1}{3} - \frac{1}{4}) = \frac{19}{12}$$

$$E(X^2)=\int_{-\infty}^{\infty} x^2. f(x). dx$$

$$= \int_{-\infty}^1 x^2. 0. dx + \int_1^2 x^2(x - \frac{1}{2}). dx + \int_2^{\infty} x^2. 0. dx$$

$$= \int_1^2 x^2. (x - \frac{1}{2}). dx = \frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{6} \Big|_1^2$$

$$= \frac{16}{4} - \frac{8}{6} - (\frac{1}{4} - \frac{1}{6}) = \frac{31}{12}$$

$$Var(X)=E(X^2)-(E(X))^2 = \frac{31}{12} - (\frac{19}{12})^2 = \frac{11}{144}$$

$$Var(3X+3)=9.Var(X)=9. \frac{11}{144} = \frac{11}{16}$$

**37. CEVAP C**

I. Genel denklemi

$$a_n(x).y^{(n)} + a_{n-1}(x).y^{(n-1)} + \dots + a_1(x).y' + a_0(x).y = a(x)$$

şeklinde olan denklemlere, lineer diferansiyel denklem denir. Bu yüzden  $n=0$  için;

$$y' + a_1(x)y = a_0(x).y^n$$

denklemi;  $y' + a_1(x)y = a_0(x)$  denklemine dönüşür ki bu denklem lineer diferansiyel denklem belirtir. Bu öncül doğrudur

II.  $n=1$  için  $y' + a_1(x)y = a_0(x).y^n$  denklemine bakalım.

$$y' + a_1(x)y = a_0(x).y \Rightarrow \frac{dy}{dx} + (a_1(x) - a_0(x)).y = 0$$

$$a_1(x) - a_0(x) = a(x) \text{ dersek } \frac{dy}{dx} + a(x).y = 0 \Rightarrow$$

$\frac{dy}{y} = -a(x).dx \Rightarrow$  denklem ayrılabilir. Bu öncül de doğrudur

III. Genel denklemi

$$a_n(x).y^{(n)} + a_{n-1}(x).y^{(n-1)} + \dots + a_1(x).y' + a_0(x).y = a(x)$$

şeklinde olan denklemlere, lineer diferansiyel denklem denir. Bu yüzden  $n=2$  için;

$$y'' + a_1(x)y' = a_0(x).y^n$$

denklemi;  $y' + a_1(x)y = a_0(x).y^2$  denklemine dönüşür ki bu denklem lineer diferansiyel denklem belirtmez. Bu öncül yanlıştır.

### 38. CEVAP A

$M(x,y) = x^a.y^b$  fonksiyonu  $(x^2y - y^4) + (2xy^3 - x^3).y' = 0$  denklemi için bir integrasyon çarpanı ise bu fonksiyon ile denklemi çarptığımızda elde edilen;

$$(x^{2+a}y^{1+b} - x^a y^{4+b}) + (2x^{1+a}y^{3+b} - x^{3+a}y^b).y' = 0$$

denkleminin tam diferansiyel denklem olması gerekir. Yani

$$(x^{2+a}y^{1+b} - x^a y^{4+b}).dx + (2x^{1+a}y^{3+b} - x^{3+a}y^b).dy = 0$$

denklemi tam diferansiyel denklemdir.

$P(x,y).dx + Q(x,y).dy = 0$  denklemi;

$$\frac{\partial P}{\partial y} = \frac{\partial Q}{\partial x} \text{ ise tam diferansiyel denklemdir.}$$

$$P(x,y) = x^{2+a}y^{1+b} - x^a y^{4+b} \text{ ve}$$

$$Q(x,y) = 2x^{1+a}y^{3+b} - x^{3+a}y^b \text{ dir.}$$

$$\frac{\partial P}{\partial y} = (1+b).x^{2+a}y^b - (4+b).x^a y^{3+b}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial x} = 2.(1+a).x^a y^{3+b} - (3+a).x^{2+a}y^b \Rightarrow$$

$$(1+b).x^{2+a}y^b - (4+b).x^a y^{3+b} =$$

$$2.(1+a).x^a y^{3+b} - (3+a).x^{2+a}y^b$$

$$\Rightarrow (1+b) = -(3+a) \text{ ve } -(4+b) = 2.(1+a)$$

$$\Rightarrow a+b = -4 \text{ ve } 2a+b = -6 \Rightarrow a = -2 \text{ ve } b = -2 \text{ olur}$$

$$\Rightarrow a+b = -4$$

### 39. CEVAP B

$$y'' - 1 = e^x \Rightarrow \frac{d}{dx}(y') = e^x + 1 \Rightarrow d(y') = (e^x + 1).dx$$

$$\Rightarrow \int d(y') = \int (e^x + 1).dx \Rightarrow y' = e^x + x + c_1$$

$$y'(0) = 1 \text{ ise } 1 = e^0 + 0 + c_1 \Rightarrow c_1 = 0$$

$$y' = e^x + x \Rightarrow \frac{dy}{dx} = e^x + x \Rightarrow d(y) = (e^x + x).dx$$

$$\Rightarrow \int d(y) = \int (e^x + x).dx \Rightarrow y = e^x + (x^2/2) + c_2$$

$$y(0) = 0 \text{ ise } 0 = e^0 + (0^2/2) + c_2 \Rightarrow c_2 = -1$$

$$y = e^x + (x^2/2) - 1 \Rightarrow y(2) = e^2 + (2^2/2) - 1 = e^2 + 1$$

### 40. CEVAP D

$c.x^2y'' + d.x.y' + e.y = 0$  şeklindeki denklemlerin (Cauchy-Euler denklemi) çözümü  $y = x^n$  formundadır. Bu çözümü yerine yazarsak;

$$y' = n.x^{n-1} \text{ ve } y'' = n.(n-1).x^{n-2} \text{ dir.}$$

$$x^2.n.(n-1).x^{n-2} + a.x.n.x^{n-1} - 3.x^n = 0$$

$$(n^2 - n + a.n - 3).x^n = 0 \Rightarrow n^2 - n + a.n - 3 = 0 \text{ dir.}$$

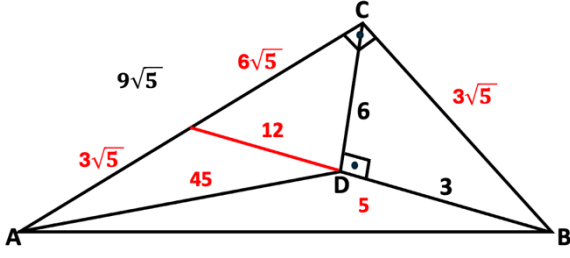
$$y = x^{-3} \text{ olduğundan } n = -3 \text{ denklemi sağlar.}$$

$$(-3)^2 - (-3) + a.(-3) - 3 = 0 \Rightarrow 9 + 3 - 3a - 3 = 0 \Rightarrow a = 3$$

$$n^2 - n + a.n - 3 = 0 \Rightarrow n^2 - n + 3.n - 3 = 0 \Rightarrow n^2 + 2.n - 3 = 0$$

$$\Rightarrow n = -3 \text{ ve } n = 1 \Rightarrow \text{diğer çözüm } y = x^1 = x \text{ olur.}$$

41. CEVAP B



$$|CB| = \sqrt{3^2 + 6^2} = 3\sqrt{5}$$

$$6^2 = 3 \cdot |TD| \text{ ve } |TD| = 12$$

$$\sqrt{|TC|^2} = \sqrt{12 \cdot 15} \text{ ve } |TC| = 6\sqrt{5}$$

$$|AT| = 9\sqrt{5} - 6\sqrt{5} = 3\sqrt{5}$$

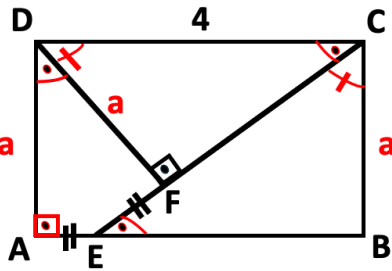
$$A(TCB) = \frac{6\sqrt{5} \cdot 3\sqrt{5}}{2} = 45$$

$$\frac{A(ATB)}{A(TCB)} = \frac{3\sqrt{5}}{6\sqrt{5}} = \frac{1}{2}$$

$$A(ATB) = 5S = \frac{45}{2}$$

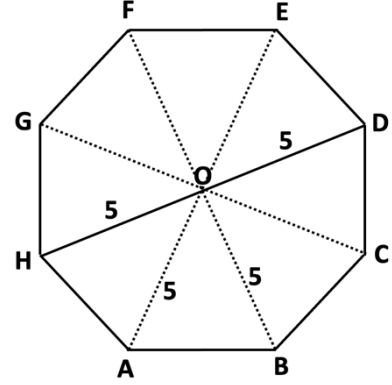
$$S = \frac{9}{2}$$

42. CEVAP B



DAEF dörtgeninde  $|AE| = |EF|$  ve  $AE \perp AD$ ,  $EF \perp DF$  olduğundan,  $|DA| = |DF|$  olur. DFC ve CBE üçgenleri eş üçgenler olur.  $|DC| = 4$  olduğundan  $|EC| = 4$  olur.

43. CEVAP E



$$A(OAB) = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 5 \cdot \sin 45^\circ = \frac{1}{2} \cdot 25 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{25\sqrt{2}}{4}$$

$$A(ABCDEFGH) = 8 \cdot A(OAB) = 8 \cdot \frac{25\sqrt{2}}{4} = 50\sqrt{2}$$

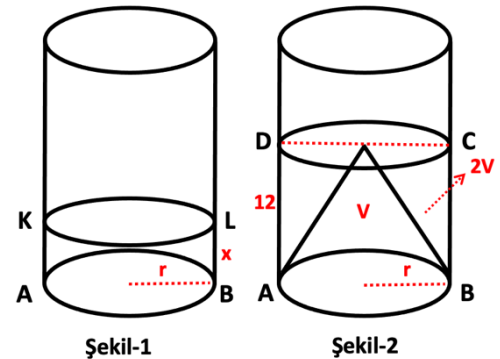
44. CEVAP B

ABC dik üçgeninde  $|CB| = 4$  ve  $|AB| = 8$  olduğundan  $s(\hat{A}) = 30^\circ$  ve  $s(\hat{B}) = 60^\circ$  olur.

$|CA| = 4\sqrt{3}$  bulunur.

$$T.A = \frac{4 \cdot 4\sqrt{3}}{2} - \left( \pi \cdot 4^2 \cdot \frac{30^\circ}{360^\circ} + \pi \cdot 4^2 \cdot \frac{60^\circ}{360^\circ} \right) = 8\sqrt{3} - 4\pi$$

45. CEVAP B



$$V = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot 12}{3} = 4\pi r^2 \Rightarrow 2V = 8\pi r^2 = \pi r^2 h$$

$$h = x = 8$$

46. CEVAP B

$$\vec{u} // \vec{y} \Rightarrow \vec{u} = (t, 3t)$$

$$\vec{v} = (a, b), \vec{v} \perp \vec{y} \Rightarrow a \cdot 1 + b \cdot 3 = 0$$

$$\vec{v} = (-3b, b)$$

$$\vec{u} - \vec{v} = \vec{x} \Rightarrow (t + 3b, 3t - b) = (5, 5)$$

$t + 3b = 5$  ve  $3t - b = 5$  birlikte çözülürse;

$$t = 2 \text{ ve } b = 1$$

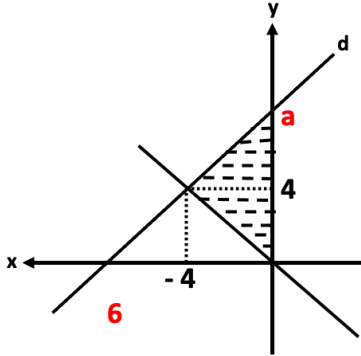
$$\vec{u} = (t, 3t)$$

$$= (2, 6)$$

$$\vec{v} = (-3b, b) = (-3, 1)$$

$$\|\vec{u}\| + \|\vec{v}\| = \sqrt{4 + 36} + \sqrt{9 + 1} = 3\sqrt{10}$$

47. CEVAP D



$$T.A = 12 = \frac{a \cdot 4}{2} \text{ ise } a = 6$$

$$m = \frac{6 - 4}{4} = \frac{1}{2} = \frac{6}{b} \text{ ise } b = 12 \text{ ve } -b = -12$$

48. CEVAP E

Denklem sistemini çözelim.

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & : & 2 \\ 1 & 2 & 3 & : & 6 \\ 3 & 1 & 4 & : & 3 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & : & 2 \\ 0 & 1 & 2 & : & 4 \\ 0 & -2 & 1 & : & -3 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & : & 2 \\ 0 & 1 & 2 & : & 4 \\ 0 & 0 & 5 & : & 5 \end{bmatrix}$$

$$\sim \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & : & 2 \\ 0 & 1 & 2 & : & 4 \\ 0 & 0 & 1 & : & 1 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & : & 1 \\ 0 & 1 & 0 & : & 2 \\ 0 & 0 & 1 & : & 1 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & : & -1 \\ 0 & 1 & 0 & : & 2 \\ 0 & 0 & 1 & : & 1 \end{bmatrix}$$

Buradan  $x=-1, y=2, z=1$  bulunur.

$x-y+2z=5$  düzlemin normal vektörü  $(1, -1, 2)$  vektörüdür

$P(-1, 2, 1)$  noktasından geçen ve  $(1, -1, 2)$  vektörüne paralel olan doğrunun denklemi;

$$\frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{2} = t \text{ şeklindedir. Ya da}$$

$x=-1+t, y=2-t, z=1+2t$  olduğundan  $\{(-1+t, 2-t, 1+2t) : t \in \mathbb{R}\}$

49. CEVAP C

$\vec{A}(1, 2, 3)$  düzleminin normali  $B(2, 1, 3)$  noktası düzlemin üzerinde olacağından  $\vec{BA}$  vektörü  $\vec{n}$  vektörüne paraleldir.  $A(a, b, c)$  olsun.

$\vec{BA}, \vec{n}$  vektörüne paralel olduğuna göre,

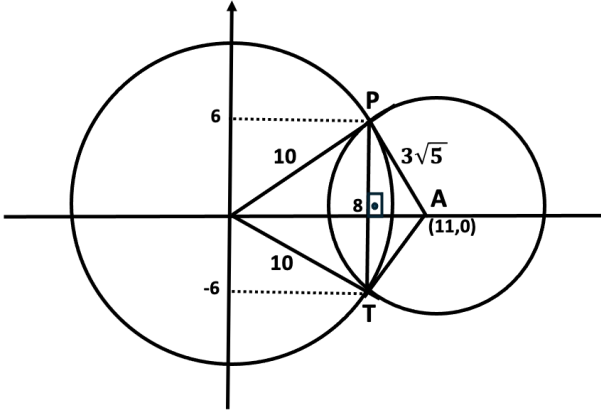
$$\frac{a-2}{1} = \frac{b-1}{2} = \frac{c-3}{3}$$

I.  $(3, 3, 6) \quad \frac{3-2}{1} = \frac{3-1}{2} = \frac{6-3}{3} \quad \checkmark$

II.  $(5, 7, 12) \quad \frac{5-2}{1} = \frac{7-1}{2} = \frac{12-3}{3} \quad \checkmark$

III.  $(4, 5, 6) \quad \frac{4-2}{1} = \frac{5-1}{2} = \frac{6-3}{3} \quad \times$

50. CEVAP C



$$(x - 11)^2 + y^2 = 45 \text{ ve } x^2 + y^2 = 100$$

$$(x - 11)^2 + y^2 - 45 = 0 \text{ ve } x^2 + y^2 - 100 = 0$$

$$(x - 11)^2 + y^2 - 45 = x^2 + y^2 - 100$$

$$x^2 + y^2 - 22x + 121 - 45 = x^2 + y^2 - 100$$

$$-22x + 76 = -100 \text{ eşitliğinden } 22x = 176, x = 8, y = \pm 6$$

$$|PT| = 2 \cdot 6 = 12$$